Juro Real Líquido em Títulos Indexados à Inflação

José Monteiro Varanda Neto, Ph.D.

Outubro-2022

Motivação

Quando adquirimos títulos indexados à inflação esperamos que eles ofereçam uma proteção em caso de aumento da inflação de sorte a que possamos no mínimo manter o poder de compra ao longo do tempo.

Ocorre que o imposto de renda é cobrado pela variação nominal de rentabilidade do título, o que, numa situação de inflação demasiado elevada pode levar a juros reais líquidos negativos.

Vamos modelar o processo utilizando uma NTN-B Principal[1] genérica para facilitar a álgebra.

1. Resultado Bruto da NTN-B

O resultado financeiro em R$ de manter um investimento qualquer entre duas datas t e T é:

$$RB_T = P_T - P_t$$

Equação 1 – Resultado Financeiro Bruto

2. Imposto de Renda da Renda Fixa

Sobre esse resultado financeiro incide um imposto sobre a renda. Se chamarmos a alíquota desse IR de α, teremos que:

$$IR_T = \alpha(P_T - P_t)$$

Equação 2 – Resultado Financeiro Bruto

3. Resultado Financeiro Líquido

Dessa forma, o resultado líquido de IR será dado pela diferença entre o resultado bruto e o imposto de renda:

$$RL_T = RB_T - IR_T$$

Equação 3 – Resultado Financeiro Líquido

4. Resultado Financeiro Líquido em R$ em Função dos Preços Inicial e Final do Título

Podemos escrever esse resultado financeiro em função dos preços inicial e final do título:

$$RL_T = P_T - P_t - \alpha(P_T - P_t)$$

[1] Tesouro IPCA+ no Tesouro Direto

jose_monteiro30@hotmail.com
https://br.linkedin.com/in/josemonteirovarandaneto

$$RL_T = (1-\alpha)(P_T - P_t)$$

Equação 4 – Resultado Financeiro Líquido

5. Retorno Financeiro Líquido em %

Para ter o retorno percentual basta dividir o retorno em R$ pelo preço inicial:

$$rl_T = \frac{(1-\alpha)(P_T - P_t)}{P_t}$$

Equação 5 – Resultado Financeiro Líquido em Percentual

6. Retorno Nominal Líquido em Taxa (% a.a.)

Agora vamos expressar o retorno nominal líquido no período como função de taxas de juros reais brutas e inflação. Observe que o valor da alíquota de IR é uma função do prazo, como a tabela regressiva do IR indica na legislação tributária brasileira.

$$(1+r_L)^{\frac{T-t}{252}} - 1 = [1-\alpha(T-t)]\left(\frac{P_T}{P_t} - 1\right)$$

Nesse ponto, vamos particularizar o título genérico para uma NTN-B principal com cupom de juros fixo c e principal de R$1.000. A data de vencimento é V.

$$(1+r_L)^{\frac{T-t}{252}} - 1 = [1-\alpha(T-t)]\left\{\frac{\frac{1.000+c}{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{V-T}{252}}}}{\frac{1.000+c}{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{V-t}{252}}}} - 1\right\}$$

Desenvolvendo:

$$(1+r_L)^{\frac{T-t}{252}} - 1 = [1-\alpha(T-t)]\left\{\frac{1.000+c}{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{V-T}{252}}} \times \frac{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{V-t}{252}}}{1.000+c} - 1\right\}$$

$$(1+r_L)^{\frac{T-t}{252}} - 1 = [1-\alpha(T-t)]\left\{\frac{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{V-t}{252}}}{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{V-T}{252}}} - 1\right\}$$

$$(1+r_L)^{\frac{T-t}{252}} - 1 = [1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}} - 1\right\}$$

$$(1+r_L)^{\frac{T-t}{252}} = [1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}} - 1\right\} + 1$$

Chega-se a:

$$r_L = \left([1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}} - 1\right\} + 1\right)^{\frac{252}{T-t}} - 1$$

Equação 6 – Taxa de Juros Nominal Líquida

jose_monteiro30@hotmail.com
https://br.linkedin.com/in/josemonteirovarandaneto

7. Retorno Líquido Real em Taxa (% a.a.)

Para termos a taxa de juros real líquida precisamos descontar a taxa de juros nominal líquida pela inflação do período:

$$(1+r_L)^{\frac{T-t}{252}} = \frac{(1+r_L)^{\frac{T-t}{252}}}{(1+\pi)^{\frac{T-t}{252}}} = \frac{[1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}-1\right\}+1}{(1+\pi)^{\frac{T-t}{252}}}$$

Desenvolvendo:

$$r_L = \left\{\frac{[1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}-1\right\}+1}{(1+\pi)^{\frac{T-t}{252}}}\right\}^{\frac{252}{T-t}} - 1$$

$$r_L = \frac{1}{(1+\pi)}\left\{[1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}-1\right\}+1\right\}^{\frac{252}{T-t}} - 1$$

Equação 7 – Taxa de Juros Real Líquida

A tabela 1 abaixo mostra como a conjugação de juro real bruto e inflação pode gerar juro real líquido negativo:

		Inflação Observada										
		4%	**5%**	**6%**	**7%**	**8%**	**9%**	**20%**	**30%**	**40%**	**50%**	**60%**
	2%	1,14%	1,01%	0,89%	0,76%	0,65%	0,53%	-0,58%	-1,35%	-1,97%	-2,48%	-2,89%
Juro	**3%**	2,00%	1,87%	1,75%	1,63%	1,51%	1,39%	0,30%	-0,47%	-1,09%	-1,59%	-2,00%
Real	**4%**	2,86%	2,73%	2,61%	2,49%	2,37%	2,26%	1,17%	0,41%	-0,20%	-0,70%	-1,11%
Bruto	**5%**	3,72%	3,59%	3,47%	3,35%	3,23%	3,12%	2,04%	1,29%	0,68%	0,19%	-0,21%
	6%	4,58%	4,46%	4,33%	4,22%	4,10%	3,99%	2,92%	2,17%	1,57%	1,08%	0,68%

Tabela 1 – Juro Real Líquido para NTN-B de mais de 2 anos ($\alpha = 15\%$)

O gráfico 1 mostra uma visão tridimensional da região de juro real líquido negativo.

jose_monteiro30@hotmail.com
https://br.linkedin.com/in/josemonteirovarandaneto

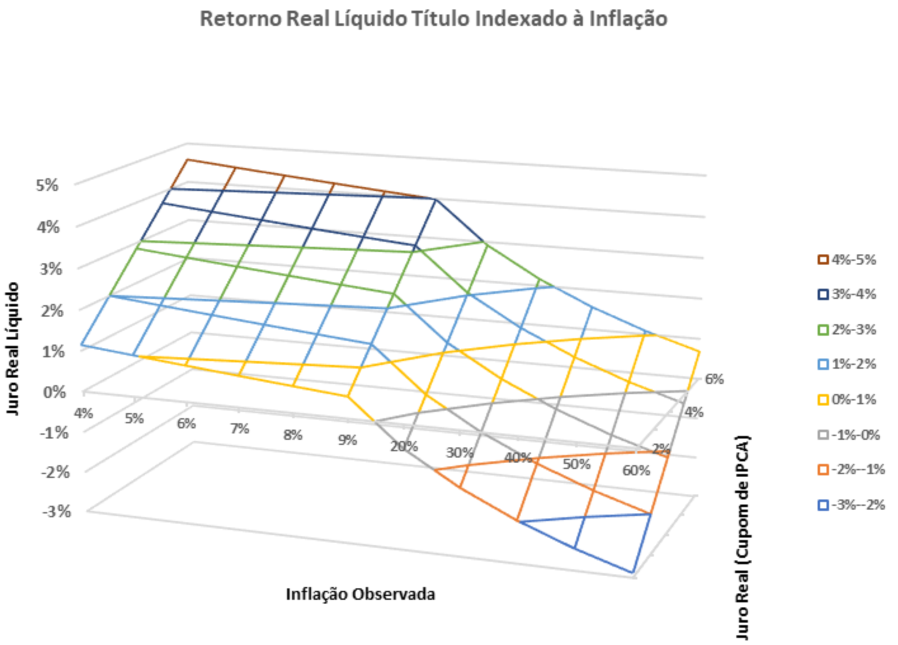

Gráfico 1 – Juros Real Líquido

8. Break-Even

Podemos calcular um break-even de inflação que faz o juro real líquido ficar negativo.

$$r_L = \frac{1}{(1+\pi)}\left\{[1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}-1\right\}+1\right\}^{\frac{252}{T-t}}-1=0$$

Desenvolvendo:

$$\frac{1}{(1+\pi)}\left\{[1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}-1\right\}+1\right\}^{\frac{252}{T-t}}=1$$

$$\left\{[1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}-1\right\}+1\right\}^{\frac{252}{T-t}}=(1+\pi)$$

$$[1-\alpha(T-t)]\left\{[(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}-1\right\}+1=(1+\pi)^{\frac{T-t}{252}}$$

$$[1-\alpha(T-t)][(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}-1+\alpha(T-t)+1=(1+\pi)^{\frac{T-t}{252}}$$

$$[1-\alpha(T-t)][(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}+\alpha(T-t)=(1+\pi)^{\frac{T-t}{252}}$$

$$[1-\alpha(T-t)][(1+r)(1+\pi)]^{\frac{T-t}{252}}-(1+\pi)^{\frac{T-t}{252}}=-\alpha(T-t)$$

$$[1+\pi]^{\frac{T-t}{252}}\left\{[1-\alpha(T-t)](1+r)^{\frac{T-t}{252}}-1\right\}=-\alpha(T-t)$$

Chega-se a uma inflação break-even em relação ao imposto de renda de aplicações financeiras:

jose_monteiro30@hotmail.com
https://br.linkedin.com/in/josemonteirovarandaneto

$$\pi = \left(\frac{-\alpha(T-t)}{\left\{[1-\alpha(T-t)](1+r)^{\frac{T-t}{252}} - 1\right\}} \right)^{\frac{252}{T-t}} - 1$$

Equação 8 – Inflação Break-Even de IR

Essa equação vai ter inflação positiva para o denominador negativo:

$$\left\{[1-\alpha(T-t)](1+r)^{\frac{T-t}{252}} - 1\right\} < 0$$

$$[1-\alpha(T-t)](1+r)^{\frac{T-t}{252}} < 1$$

$$r < \left\{\frac{1}{[1-\alpha(T-t)]}\right\}^{\frac{252}{T-t}}$$

Equação 9 – Condição da Taxa de Juros Real Bruta para Juro Real Líquido Negativo

Ou seja, se o juro real acumulado no período for inferior à alíquota de imposto, existe uma chance, condicional ao nível da inflação de o juro real líquido se tornar negativo.

A tabela 2 mostra a inflação break-even de IR[2] para várias taxas brutas de juro real para operações de mais de 2 anos de prazo.

Juro Real Bruto	**Inflação Break-Even de IR**
1%	6,23%
2%	13,89%
3%	23,58%
4%	36,41%
5%	54,52%
6%	82,86%
7%	136,95%
8%	323,04%

Tabela 2 – Inflação

Se tomarmos um intervalo de 3% a 5% como a taxa de juros real bruta de equilíbrio do Brasil, vamos observar que a NTN-B perde totalmente a sua capacidade de proteção para inflações entre 23% e 55% ao ano.

[2] Resultam em juro real líquido nulo.

jose_monteiro30@hotmail.com
https://br.linkedin.com/in/josemonteirovarandaneto